100 から 999 までの整数を 1 枚に 1 つずつ書いてあるカードが 2 セットあります。
また「0」,「1」,「2」,……と番号を 1 箱に 1 つずつふってある箱が 2 セットあります。
太郎君と次郎君はそれぞれ次のような方法で別々の箱にカードを入れていきます。

太郎君	カードに書いてある整数の各位(かくくらい)の数字をたしあわせてできる数と同じ番号の箱にカードを入れていきます。 たとえば、103 , 112 , 121 , 130 , 202 , 211 , 220 , 301 , 310 , 400 は各位の和が 4 なので、この 10 枚は「4」の箱に入れます。

次郎君	カードに書いてある整数の各位の数字をかけあわせてできる数と同じ番号の箱にカードを入れていきます。 たとえば、114 , 122 , 141 , 212 , 221 , 411 は各位の積が 4 なので、 この 6 枚は「4」の箱に入れます。

次の太郎君と次郎君の会話文を読み、後の各問いに答えなさい。

太郎君　「まず、100 のカードから順に 149 のカードまでそれぞれの方法でカードを入れて、カードの入った箱の個数を比べっこしようよ。」
（しばらくして、それぞれ 149 までのカードを入れ終わりました。）
太郎君　「ぼくの方法だと、カードが入った箱は全部で （ア） 個になった。」
次郎君　「ぼくの方法だと、 （イ） 個になった。ぼくの方が多いね。ぼくの勝ちだね。」
（太郎君はくやしそうです。）
太郎君　「でも、ぼくの方法で 999 までの全部のカードを入れると、カードの入る箱は （ウ） 個必要になるからぼくの方が多くなるよ。君の方法で全部のカードを入れると、箱はいくつ必要になるんだい？」
（次郎君はちょっと困った顔になりました。）
太郎君　「全部で何個になるかわからないんだろう。答えられないならぼくの勝ちだ！」
（次郎君はしばらく考えてから、）
次郎君　「ぼくは、すぐにはわからないんだけど、<u>カードが入る箱の番号の候補になる数</u>はわかるから、それを手がかりに求められると思うんだ。やってみるからちょっと待ってて……。」
（次郎君は紙とえんぴつを使って調べ始めました。）
（しばらく時間はかかりましたが、次郎君はカードが入る箱の個数を求めることができたようです。）
次郎君　「やっぱり、ぼくの勝ちだ！」

(1)　空所 (ア) ～ (ウ) の数値を答えなさい。

(2)「26」の箱には，太郎君，次郎君の方法ではそれぞれ何枚のカードが入りますか。

(3)　次郎君が言った、<u>カードの入る箱の番号の候補になる数</u>とはどのようなものですか。
(2) を参考にして説明しなさい。

答 ⑴ （ア） 14 箱　　（イ） 23 箱　　（ウ） 27 箱

⑵ 太郎君の方法では3 枚。次郎君の方法では 0 枚。

⑶ ⑷解答例⑸

箱に書かれている数をいくつかの素数の積で表したときに、$26=2\times13$ は、2 桁の素数がある。このような数の箱には次郎君の方法ではカードが入らない。すなわち、次郎君のカードの入る箱の番号の候補になる数は、0,1,2,3,5,7 など 1 けたの数の積で表すことのできる数である。